

# FORMULAÇÃO E GERENCIAMENTO DE CARTEIRAS COM BASE NOS MODELOS CAPM E DE ELTON E GRUBER

Wesley Vieira da Silva<sup>1</sup>  
Robert Wayne Samohyl<sup>2</sup>  
Luciana Santos Costa<sup>3</sup>

## SINOPSE

*Este artigo tem o propósito de utilizar o modelo CAPM com vistas a encontrar ações subavaliadas e sobreavaliadas no mercado, bem como o modelo de Edwin Elton e Martin Gruber para a seleção de uma carteira ótima, utilizando um conjunto de 14 ações preferenciais normativas no período de fevereiro de 1999 a dezembro de 2000, cotadas mensalmente na Bolsa de Valores de São Paulo. Com o modelo CAPM, foram calculadas as taxas de retorno ajustadas ao risco, identificando que nenhuma das ações selecionadas superou a taxa de mercado, que foi de 3,88 durante o período de análise. Já o modelo de Elton e Gruber mostrou-se eficaz na formulação do portfólio ótimo composto por nove ações, além de reduzir o risco sistemático do portfólio formulado.*

*Palavras-chave: otimização, CAPM e risco.*

## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os administradores em geral tornaram-se mais conscientes que as suas organizações podem ser impactadas por riscos que fogem ao seu controle. Como em muitos casos, flutuações das variáveis econômicas e financeiras, tais como a taxa de câmbio, taxa de juros e preços em geral, trazem efeitos desestabilizadores para as estratégias corporativas, os administradores de risco têm buscado se aperfeiçoar na gestão do risco, permi-

<sup>1</sup> Professor da Universidade Estadual de Santa Cruz (Uesc) e doutorando em Engenharia de Produção pela UFSC. - Florianópolis - SC. E-mail: wesley@nuxnet.com.br

<sup>2</sup> Professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina - Florianópolis - SC. E-mail: samohyl@eps.ufsc.br

<sup>3</sup> Professora da Universidade Estadual de Santa Cruz (Uesc) e doutoranda em Engenharia de Produção pela UFSC. - Florianópolis - SC. E-mail: lscvs@nuxnet.com.br

|                   |             |      |       |          |               |
|-------------------|-------------|------|-------|----------|---------------|
| Teor. Evid. Econ. | Passo Fundo | v. 9 | n. 17 | p. 25-42 | novembro 2001 |
|-------------------|-------------|------|-------|----------|---------------|

tindo, com isso, que as empresas melhorem a sua capacidade de equilibrar a demanda por recursos com a oferta interna de fundos.

Para Vince (1999, p. 278), o grau de risco de segurança para qualquer investimento não é uma função do investimento em si, mas uma função da alocação dos ativos. Nesse sentido, o que se recomenda ao se montar uma carteira é combinar ativos arriscados com aqueles livres de risco.

Assim, o objetivo deste trabalho é utilizar o modelo de precificação de ativos de capital (CAPM) com vistas a encontrar ações subavaliadas no mercado, bem como o modelo de Edwin Elton e Martin Gruber para a seleção de uma carteira ótima, valendo-se de um conjunto de 14 ações cotadas mensalmente na Bolsa de Valores de São Paulo no período de fevereiro de 1999 a dezembro de 2000.

O modelo de Elton e Gruber (1978) possui a vantagem de facilitar sobremaneira os cálculos necessários à montagem dos *portfolios* ótimos, mostrando, *pari passu*, todo o entendimento das razões que levam um determinado ativo a pertencer ou não a uma carteira ótima.

No que diz respeito ao modelo CAPM, continua sendo, na atualidade, o padrão para diversas análises que envolvam risco e retorno, possuindo a vantagem de ser simples e intuitivo, mesmo fornecendo algumas implicações fortes e passíveis de serem testadas. É um bom indicativo para se saber se determinado conjunto de ações pode ou não ser adquirido em razão de encontrar-se sub ou superavaliado.

Os investidores, em geral, procuram ajustar a decisão de alocação em determinado ativo, de acordo com as preferências de risco, ou seja, decidem quanto devem investir em ativos sem risco e quanto em uma carteira de mercado que possui ativos arriscados.

Logo, o CAPM procura explicar, de forma pragmática, como se dá o relacionamento da rentabilidade esperada de um ativo qualquer em um mercado em equilíbrio, com o risco não diversificável, expresso pelo coeficiente beta. Além disso, tal modelo leva em consideração um conjunto de hipóteses que torna bastante restritivo o seu uso no mercado de capitais, levando a que diversos pesquisadores ou profissionais da área financeira questionem a sua validade, já que muitos duvidam de que possa explicar as variações das rentabilidades médias das ações.

O conhecimento do beta de um ativo possui uma vasta gama de aplicações, indo desde o planejamento financeiro das empresas, estimativa do custo de capital através do modelo de mercado, administração de carteiras de investimentos, até o auxílio aos investidores nas estratégias de *hedging*.

Este trabalho encontra-se estruturado em cinco seções: na segunda, tecem-se breves considerações sobre o modelo CAPM; na terceira, aborda-se a teoria de carteiras, enfocan-

do o modelo de seleção de carteira ótima de Elton e Gruber (1978); na quarta, expõem-se os resultados empíricos e, na quinta, fazem-se as considerações finais.

## 2 O MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS DE CAPITAL (CAPM)

O modelo de precificação de ativos de capital, popularmente conhecido como CAPM, foi concebido por Sharpe (1964), Lintner (1965), Treynor (1961) e Mossin (1966), podendo ser considerado como um parâmetro para o comportamento dos ativos negociados no mercado. Dele se abstrai um grande número de problemas ligados à realidade para se concentrar em alguns elementos essenciais, mormente no risco e seus efeitos sobre os preços praticados no mercado.

Mesmo com um conjunto de hipóteses simplificadoras, tal modelo deve ser avaliado e até entendido pelo seu poder explicativo, e não em razão de suas suposições, que são consideradas muito fortes pelos analistas em geral. Na verdade, o modelo CAPM simplifica o mundo real e depende do grau de exatidão de suas previsões; o seu uso é uma indicação de que as suas previsões são razoáveis.

Gitman (1997) mostra que o modelo em voga foi criado levando-se em conta o fato de o mercado de capitais ser eficiente,<sup>4</sup> pois alguns investidores, geralmente, têm acesso a todo tipo de informação, são racionais e têm expectativas homogêneas quando da tomada de decisão sobre a aplicação em um ou noutro ativo.

Para Damodaran (2000, p. 69), as principais hipóteses que embasam o modelo CAPM são:

- ausência de custos de transação, levando a que os impostos e taxas inexistam;
- ausência de informação confidencial, levando a que não haja ativos subavaliados ou sobreavaliados no mercado;
- a decisão dos investidores baseia-se unicamente nos retornos esperados e no risco;
- para qualquer nível de risco, os investidores preferem maiores a menores taxas de retorno;
- os investidores estimam o risco em função da variabilidade das taxas de retorno estimadas;
- existência de um ativo livre de risco denotado por "F", onde os investidores podem emprestar e tomar emprestado a uma única taxa, denotado por " $R_F$ ", visando chegar a alocações ótimas;

<sup>4</sup> Para que um mercado seja considerado eficiente, é necessário que os preços sejam determinados pelas ações de investidores bem informados e inteligentes.

- os investidores ajustam a decisão de alocação às preferências de risco, decidindo, desta forma, quanto investirão em ativos livres de risco ou ativos arriscados, tal como uma carteira de mercado;

Com base nas hipóteses explicitadas, é possível derivar a equação que descreve o modelo CAPM, tal como pode ser visto:

$$E(R_i) = R_F + \beta[E(R_M) - R_F] \quad (1)$$

ou, de outra forma:

$$E(R_M) = R_F + \beta[\text{Prêmio de Risco de Equilíbrio}] \quad (2)$$

Onde:

$E(R_i)$ : taxa de retorno esperado de um ativo qualquer em situação de equilíbrio;

$R_F$ : taxa livre de risco;

$\beta$ : coeficiente beta ou risco sistemático;

$E(R_M)$ : taxa de retorno esperado a ser paga pelo mercado.

Para Tosta de Sá (1999), a expressão (1) foi derivada da linha de mercado de capitais (LMC), que une a carteira de mercado, visualizado através do ponto “M” na Figura 1 ao ponto “ $R_F$ ”, que corresponde à taxa de juros de renda fixa sem risco ( $R_F$ ), ou seja:

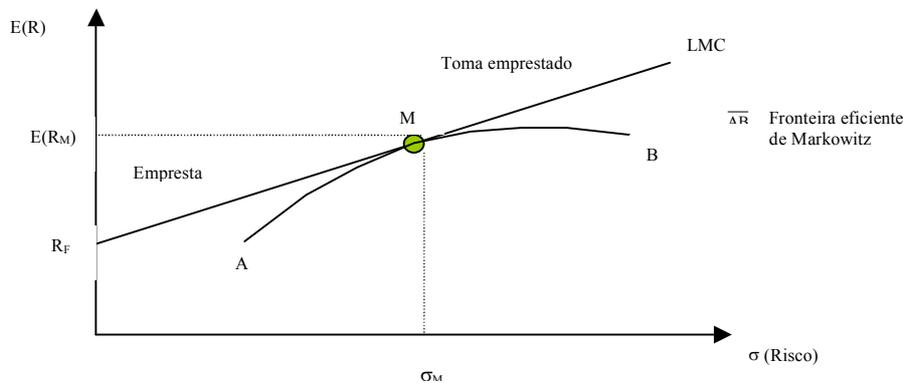


Figura 1 - Linha de mercado de capitais

Alcântara (1981) ressalta que o gráfico (Fig. 1) é uma forma de caracterizar a relação entre o retorno esperado e o risco de um ativo através da linha de mercado de capitais (LMC). Alternativamente, tal reta também pode ser vista como a relação entre a covariância das taxas de retorno de uma ação com as taxas de retorno do mercado. Nesse caso, a covariância é usada como medida de risco de uma ação e avalia de que forma as taxas de retorno dessa ação se comportam frente às taxas de retorno do mercado.

Veja-se na Figura 1 que as carteiras correspondentes a pontos situados sobre a reta LMC dominam as carteiras situadas sobre a fronteira eficiente. Assim, para um mesmo nível de risco, pode-se obter um maior retorno esperado  $E(R_i)$ , ou, de outra forma, para um mesmo nível de retorno esperado  $E(R_i)$ , o investidor espera obter um menor risco. Considerando que tais investidores atendam às hipóteses simplificadoras do modelo exposto, eles irão preferir carteiras situadas sobre tal linha.

Bodie (2000, p. 223) afirma que a linha de mercado de capitais (LMC) fornece um nível de referência para a avaliação do desempenho de determinado investimento. Dado o risco de um investimento, medido pelo seu beta, a LMC fornece a taxa de retorno exigida que irá compensar os investidores pelo risco desse investimento, assim como pelo valor monetário no tempo.

Sanvicente e Mellagi Filho (1988, p. 44) avaliam a Figura 1, registrando que a carteira de mercado "M" é uma combinação de todos os ativos existentes, em proporções correspondentes aos seus valores de mercado, devendo ser incluídos ativos como ações, debêntures, imóveis, objetos de arte, *commodities*, dentre outros.

Ressalta-se ainda que, na prática, torna-se muito difícil, ou até mesmo impossível, a mensuração dessa carteira, em virtude de existirem muitos ativos com risco que não são negociados de forma freqüente, ou apenas porque os seus preços não são acompanhados pelo público investidor. Assim, procura-se utilizar o índice de preços de ações com o objetivo de representar o comportamento do valor da carteira de mercado.

No que concerne ao comportamento do coeficiente beta mencionado em parágrafos anteriores, percebe-se que pode ser visto como uma medida de volatilidade das taxas de retorno de um ativo qualquer com relação às taxas de retorno do mercado como um todo. O coeficiente beta pode ser mensurado com base na seguinte expressão:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_M, R_i)}{\sigma^2 R_M} \quad (3)$$

onde:

$\beta_i$ : coeficiente beta ou risco sistemático;

$\text{Cov}(R_M, R_i)$ : covariância entre as taxas de retorno do ativo individual e as taxas de retorno do mercado;

$\sigma^2 R_M$ : variância ou risco das taxas de retorno do mercado.

Ressalta-se ainda que o coeficiente alfa pode ser visto como a diferença entre a taxa justa e a taxa real de retorno esperado de mercado de um ativo qualquer, sendo estimado através da técnica de análise de regressão linear simples. Os coeficientes alfa e beta podem ser interpretados como segue:

- *Coefficiente alfa de um ativo ( $\alpha$ )*: refere-se à interseção da linha de mercado de capitais (LMC) com o eixo vertical. Pode ser visto como a taxa excedente de retorno que o analista financeiro esperaria obter caso o retorno de mercado fosse zero, ou seja, se o retorno da carteira de mercado fosse igual ao retorno do ativo livre de risco;
- *Coefficiente beta de um ativo ( $\beta$ )*: refere-se à tangente da linha de mercado de capitais (LMC). Neste caso, esta medida de risco pode ser vista como a sensibilidade do analista financeiro em acreditar que o excesso de retorno do ativo individual seja afetado pelas variações do excesso de retorno do mercado. Pode ser classificado da seguinte forma:

$\beta > 1 \Rightarrow$  Neste caso, o ativo avaliado pode ser visto como *agressivo*, significando dizer que, à medida que o mercado estiver em alta (baixa), o preço do ativo se elevará (reduzirá) mais que proporcionalmente, ou seja, se o mercado sofrer uma queda (alta) de cerca de 5%, o ativo individual deverá sofrer uma baixa (alta) mais do que proporcional de cerca de b%, sendo tudo mais mantido constante;

$\beta = 1 \Rightarrow$  Neste caso, o ativo avaliado pode ser considerado como *neutro*, significando que há uma correlação perfeita entre as taxas de retorno do ativo individual e as taxas de retorno do mercado como um todo, ou seja, à medida que o mercado como um todo sobe 4%, o ativo individual tende a subir cerca de 4%. Alternativamente, se, por acaso, o mercado cair cerca de 5%, o preço do ativo também tenderá a despencar cerca de 5%;

$\beta < 1 \Rightarrow$  Neste caso, o ativo pode ser classificado como *defensivo*, significando dizer que, à medida que o mercado estiver em baixa (alta), o preço do ativo também sofrerá uma baixa (alta) menos que proporcionalmente, ou seja, se o mercado sofre uma queda (alta) de cerca de 5%, o ativo individual deverá sofrer uma baixa (alta) menos que proporcional de cerca de b%, sendo tudo mais mantido constante.

• *Risco diversificável*: esta é uma medida da opinião do analista acerca de todos os fatores incertos que podem influenciar o retorno do ativo individual, além da influência do mercado. Notadamente, isso inclui o risco da empresa e o risco financeiro.

Assim, se as tendências da economia em geral forem estáveis, sem alterações na política econômica do governo, bem como, caso não haja bruscas mudanças nas indústrias ou nas empresas, a medida do beta será relativamente estável quando mensurado em distintos instantes do tempo; contrariamente, se essas condições variarem, o valor do beta certamente irá variar.

Deve-se enfatizar o fato de que o CAPM ainda pode ser utilizado com o objetivo de comparar projetos em diferentes classes de risco, sendo, portanto, superior à técnica do valor presente líquido (VPL), uma vez que o VPL utiliza apenas uma única taxa de desconto para todos os projetos, mesmo quando há diferentes níveis de risco entre os mesmos.

### 3 BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE A TEORIA DE CARTEIRAS: O MODELO DE ELTON E GRUBER

O modelo de seleção de carteiras de investimentos ótimas foi preconizado pelos professores Edwin Elton e Martin Gruber, tendo como vantagem a facilidade didática nos cálculos de sua montagem. Tal modelo descreve detalhadamente um método que é apropriado quando se aceita o modelo de índice único como a melhor maneira de descrever a estrutura da covariância entre as taxas de retorno dos ativos.

O parâmetro utilizado para identificar os ativos que serão selecionados nas carteiras ótimas será o índice de atratividade (IA) de Treynor ou modelo de índice único, objetivando retirar resultados similares aos obtidos com o uso da programação quadrática. Tal modelo estabelece que os retornos esperados de cada ativo estão relacionados não entre si, mas, sim, com o retorno de um índice único representado pelo mercado acionário. Neste caso, a atratividade de qualquer ativo estaria diretamente associada com o seu retorno excessivo ou acima da taxa livre de risco ( $R_F$ ) em relação ao seu risco não diversificável [Tosta de Sá (1999, p. 102)], ou seja:

$$IA = \frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta_i} \quad (4)$$

onde:

IA: índice de atratividade;

$\bar{R}_i$ : taxas de retorno esperado do ativo i;

$R_F$ : taxa livre de risco do ativo "F";

$\beta_i$ : coeficiente beta de cada ativo i.

Através da expressão (4), é possível definir o retorno diferencial como a diferença entre o retorno esperado do ativo e a remuneração oferecida por um ativo livre de risco, tal como um título lançado pelo governo federal.

Segundo Tosta de Sá (1999, p. 103), o que está implícito no entendimento do índice de atratividade é o fato de que o investidor não deve esperar ser remunerado no seu investimento realizado por assumir o chamado "risco diversificável", visto que ele pode ser eliminado através do processo de diversificação. Se os ativos forem classificados de acordo com o índice de atratividade, sua atratividade estará definida uma vez que, quanto maior for esse indicador, maior será a rentabilidade excedente esperada por unidade de risco sistemático.

O processo de otimização de carteiras ora descrito possui as vantagens de dispensar o uso do microcomputador, permitindo ao analista financeiro conhecer, *a priori*, quais são os ativos que irão compor a carteira, caso houvesse optado em empregar as técnicas da moderna teoria de carteiras. Ademais, todo o processo descrito anteriormente visa identificar um *ponto único de corte* (C\*) que possibilitará o estabelecimento dos seguintes princípios, no que diz respeito à seleção dos ativos que formarão a carteira .

- cálculo do índice de atratividade de cada ativo a ser avaliado;
- classificação dos ativos pela ordem decrescente dos índices de atratividade;
- inserção, na carteira ótima, de todos os ativos em que a relação  $\frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta_i}$  é maior

do que o ponto de corte (C\*).

Por outro lado, para determinar o ponto de corte (C\*) que selecionará a carteira, os ativos devem ser classificados em ordem decrescente do índice de atratividade. Para uma carteira contendo *i* ativos, *C<sub>i</sub>* pode ser visualizado através da seguinte expressão:

$$C_i = \frac{\sigma_M^2 \sum_{i=1}^n \frac{\bar{R}_i - R_F}{\sigma_{e_i}^2} \beta_i}{1 + \sigma_M^2 \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2}{\sigma_{e_i}^2}} \quad (5)$$

onde:

*C<sub>i</sub>*: valores calculados para as carteiras construídas somente com o primeiro ativo (*C<sub>1</sub>*), com os dois primeiros ativos (*C<sub>2</sub>*), etc., até os cinco primeiros ativos (*C<sub>5</sub>*);

$\sigma_M^2$ : variância das taxas de retorno do índice de mercado;

$\sigma_{e_i}^2$ : variância do movimento dos ativos não associados aos movimentos do índice de mercado (risco diversificável);

$\beta_i$ : coeficiente beta (variação esperada da taxa de retorno do ativo *i* para cada variação associada de 1% no retorno da carteira ótima);

$\bar{R}_i$ : retorno esperado do ativo *i*;

$R_F$ : taxa livre de risco.

Após a seleção dos ativos que irão compor a carteira ótima, o passo seguinte é realizar o cálculo do percentual de recursos a serem investidos em cada ativo da carteira ótima, que pode ser feito da seguinte forma:

- calculam-se os  $Z_{i_s}$  para cada um dos ativos que compõem a carteira ótima, valendo-se da seguinte expressão:

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{e_i}^2} \left[ \frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta_i} - C^* \right] \quad (6)$$

onde  $C^*$ : valor calculado na etapa anterior para o ponto de corte.

- após a determinação anterior, efetuam-se os cálculos dos percentuais  $\phi_{i_s}$  de recursos a serem investidos em cada um dos ativos que irão compor a carteira ótima. A expressão que determina o percentual a ser investido será:

$$\phi_i = \frac{Z_i}{\sum Z_i} \quad (7)$$

Assim, deve-se ainda levar em consideração a entrada de novos ativos na carteira a ser formulada, aceitando também todos os ativos cujos índices de atratividade forem maiores do que o ponto de corte ( $C^*$ ).

#### 4 RESULTADOS EMPÍRICOS

Os dados necessários para a construção da carteira ótima foram obtidos do banco de dados Economática Software para Investimentos Ltda. Utilizaram-se as cotações mensais (preço de fechamento) de 14 ações mensais negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), escolhidas aleatoriamente, correspondendo ao período compreendido de fevereiro de 1999 a dezembro de 2000. Objetivou-se, inicialmente, avaliar o comportamento dessas ações por meio do modelo de precificação de ativos de capital (CAPM), a fim de identificar as ações subavaliadas (boa de compra) ou sobreavaliadas (boa de venda) que poderão compor o *portfolio* e, posteriormente, utilizar modelo desenvolvido por Elton e Gruber para maximizar a referida carteira.

Visando evitar problemas advindos dos efeitos inflacionários no mercado acionário brasileiro, optou-se por trabalhar com os valores deflacionados pelo dólar comercial norte-americano. Por outro lado, calculou-se a taxa de retorno mensal das referidas ações subtraindo-se o preço de fechamento do mês anterior pelo do mês subsequente. Ademais, ainda foram incorporados os dividendos e posteriormente divididos pelo preço da ação do mês anterior. Toda essa sistemática pode ser calculada como segue:

$$R_t = \left[ \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}} \right] 100 \quad (8)$$

onde:

$R_t$ : taxas de retorno da ação no período t;

$P_t$ : preço de fechamento da ação no período t;

$P_{t-1}$ : preço de fechamento da ação no período t-1;

$D_t$ : dividendos pagos no período t.

Nesse caso, as taxas de retorno  $R_t$  refletem os efeitos combinados das mudanças nos valores dos preços e dos fluxos de caixa proporcionados pelos dividendos. As ações selecionadas neste trabalho foram as preferenciais nominativas das empresas Duratex, Coteminas, Comgás, Cesp, Cemig, Belgo Mineira, Banespa, Weg, Triken, Unibanco, Lojas Americanas, Klabin, Acesita e Petrobrás. Além disso, utilizaram-se as taxas de retorno do índice da Bolsa de Valores de São Paulo, como os retornos do índice representativo do mercado de capitais brasileiro, e foi estabelecida como taxa livre de risco (RF), ao longo de todo o trabalho, a média aritmética da taxa de juros *over/selic*, que foi igual a 1,65% durante o período avaliado.

Ao avaliar o conjunto composto de 14 ações que compõem a carteira, o objetivo principal foi verificar quais dessas ações deveriam permanecer na carteira e quais as que deveriam ser vendidas para, eventualmente, serem substituídas por outras modalidades de investimentos (Tosta de Sá 1999, p. 107).

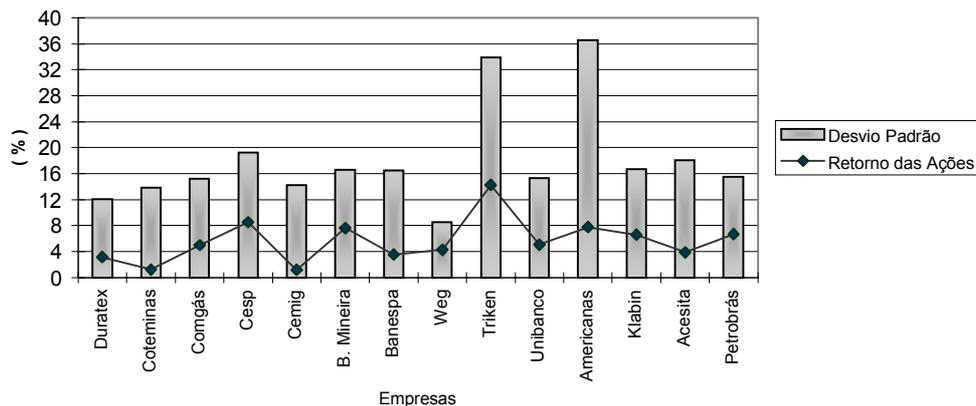


Figura 2 - Comportamento das taxas de retorno e do risco não sistemático

Analisando a Figura 2, percebe-se que as taxas de retorno mensuradas são bastante elevadas, haja vista que as ações das empresas que proporcionaram rentabilidade média elevada foram: Triken, com uma taxa de 14,27%; Cesp, com uma taxa de 8,55%, e Lojas Americanas, com taxa de 7,77.

Por outro lado, as empresas que proporcionaram maior variabilidade das taxas de retorno foram as Lojas Americanas, apresentando um desvio-padrão de 36,53%; a Triken, com um desvio-padrão igual a 33,86%, e as ações da Cesp, com um desvio-padrão de 19,24%.

Para Mellagi Filho e Ishikawa (2000, p. 142), essa taxa é a praticada nas operações diárias com títulos públicos federais, registrados pelo *selic*; sua média diária reajusta diariamente os preços unitários (PU) dos títulos públicos. Por outro lado, a terminologia *overnight* advém das operações de *overnight*, que justamente se definem como operações financeiras feitas de um dia para o outro.

Tabela 1 - Avaliação das ações das empresas através do modelo CAPM

| Empresas      | Betas <sup>5</sup> ( $\beta$ ) | R <sub>F</sub> <sup>6</sup> | R <sub>M</sub> <sup>7</sup> | R <sub>i</sub> : Taxas de Retorno Requeridas pelo Mercado | Avaliação |
|---------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|-----------|
| 1.Duratex     | 0,3557                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,3557 * [3,88 - 1,65] = 2,45\%$            | Comprar   |
| 2.Coteminas   | 0,3256                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,3256 * [3,88 - 1,65] = 2,38\%$            | Comprar   |
| 3.Comgás      | 0,1950                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,1950 * [3,88 - 1,65] = 2,09\%$            | Comprar   |
| 4.Cesp        | 0,4203                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,4203 * [3,88 - 1,65] = 2,59\%$            | Comprar   |
| 5.Cemig       | 0,8302                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,8302 * [3,88 - 1,65] = 3,51\%$            | Comprar   |
| 6. B. Mineira | 0,1460                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,1460 * [3,88 - 1,65] = 1,98\%$            | Comprar   |
| 7.Banespa     | 0,4331                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,4331 * [3,88 - 1,65] = 2,62\%$            | Comprar   |
| 8.Weg         | 0,0931                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,0931 * [3,88 - 1,65] = 1,86\%$            | Comprar   |
| 9.Triken      | 0,1593                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,1593 * [3,88 - 1,65] = 2,01\%$            | Comprar   |
| 10.Unibanco   | 0,7584                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,7584 * [3,88 - 1,65] = 3,34\%$            | Comprar   |
| 11.Americanas | 0,2297                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,2297 * [3,88 - 1,65] = 2,16\%$            | Comprar   |
| 12. Klabin    | 0,1314                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,1314 * [3,88 - 1,65] = 1,95\%$            | Comprar   |
| 13. Acesita   | 0,4936                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,4936 * [3,88 - 1,65] = 2,75\%$            | Comprar   |
| 14. Petrobrás | 0,7645                         | 1,65%                       | 3,88%                       | $R_i = 1,65 + 0,7645 * [3,88 - 1,65] = 3,36\%$            | Comprar   |

<sup>5</sup> Valores calculados através das técnicas de Regressão Linear Simples, valendo-se do Método dos Mínimos Quadrados Ordinários, também conhecido por Ordinary Least Square (OLS).

<sup>6</sup> A nomenclatura utilizada é conhecida como a Taxa Livre de Risco.

<sup>7</sup> Taxa de Retorno Oferecido pelo Mercado: valor calculado a partir da média aritmética das taxas de retorno do Ibovespa no período considerado.

Pode-se, com base nos parâmetros descritos, verificar quais são os ativos que se encontram subavaliados ou sobreavaliados através do modelo CAPM, definindo, a partir disso, o perfil do investidor no que diz respeito ao seu grau de aversão ao risco, além de indicar qual ação está boa para compra ou venda. Os resultados do modelo CAPM encontram-se dispostos na Tabela 1.

Veja-se na Tabela 1 que todas as ações possuem coeficientes beta abaixo da unidade, significando dizer que são ações consideradas *defensivas*, possuindo um risco sistemático relativamente baixo. Nesse caso, percebe-se que, em média, as taxas de retorno requeridas pelo mercado encontram-se abaixo das taxas por ele oferecidas, o que pode ser uma boa oportunidade para que os agentes financeiros venham a comprar essas ações. A Figura 3 ilustra o comportamento das taxas oferecidas e requeridas pelo mercado.

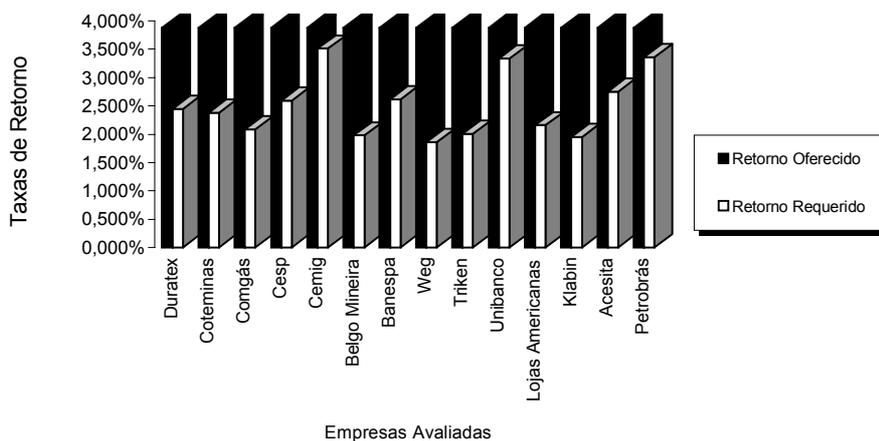


Figura 3 – Taxas de retorno oferecidas e requeridas pelo mercado

Em todas as ações avaliadas, percebe-se que o mercado oferece uma taxa média de rentabilidade em torno de 3,88% durante o período considerado, ao passo que a taxa de retorno requerida para os ativos avaliados encontra-se abaixo do valor supracitado.

Por exemplo, as ações da empresa Cemig, no período considerado, proporcionam taxas de rentabilidade em torno de 3,51%, estando abaixo da taxa de rentabilidade do mercado, que foi de 3,88%. Isso significa dizer que se encontram subavaliadas, podendo ser compradas a qualquer instante. Admitindo-se os últimos anos como representativos de uma tendência, pode-se esperar uma elevação nos preços dessas ações, ajustando-se ao seu valor justo ou valor intrínseco de mercado. A Tabela 2 mostra os parâmetros necessários para o cálculo do índice de atratividade de cada ação individual.

Tabela 2 - Determinação do índice de atratividade

| Empresas   | Taxa média de retorno das ações: $(\bar{R}_i)$ | Retorno excessivo $(\bar{R}_i - R_F)$ | Risco não sistemático: $\sigma_{e_i}^2$ | Betas das ações ou risco sistemático: $(\beta)$ | Índice de atratividade $\frac{(\bar{R}_i - R_F)}{\beta_i}$ |
|------------|--|---------------------------------------|---|---|--|
| Duratex    | 3,16   | 1,51                                  | 146,89                                  | 0,3557  | 4,25   |
| Coteminas  | 1,20   | - 0,45                                | 190,75                                  | 0,3256  | - 1,38   |
| Comgás     | 5,00   | 3,45                                  | 230,80                                  | 0,1950  | 17,69  |
| Cesp       | 8,54   | 6,80                                  | 370,06                                  | 0,4203  | 16,18  |
| Cemig      | 1,19   | - 0,46                                | 203,50                                  | 0,8302  | - 0,55   |
| B. Mineira | 7,64   | 5,99                                  | 276,89                                  | 0,1460  | 41,03  |
| Banespa    | 3,52   | 1,87                                  | 273,71                                  | 0,4331  | 4,32   |
| Weg        | 4,30   | 2,65                                  | 72,71                                   | 0,0931  | 28,46  |
| Triken     | 14,27  | 12,62                                 | 1146,62                                 | 0,1593  | 79,22  |
| Unibanco   | 5,05   | 3,40                                  | 233,84                                  | 0,7584  | 4,48   |
| Americanas | 7,77   | 6,12                                  | 1334,66                                 | 0,2297  | 26,64  |
| Klabin     | 6,62   | 4,97                                  | 278,31                                  | 0,1314  | 37,82  |
| Acesita    | 3,88   | 2,23                                  | 327,06                                  | 0,4936  | 4,52   |
| Petrobrás  | 6,69   | 5,04                                  | 239,86                                  | 0,7645  | 6,59   |

Tabela 3 - Determinação ponto de corte (C\*)<sup>8</sup>

| Empresas   | Índice de Atratividade $\frac{(\bar{R}_i - R_F)}{\beta_i}$ | $\frac{(\bar{R}_i - R_F)\beta_i}{\sigma_{e_i}^2}$ | $\frac{\beta_i^2}{\sigma_{e_i}^2}$ | $\sum \frac{(\bar{R}_i - R_F)\beta_i}{\sigma_{e_i}^2}$ | $\sum \frac{\beta_i^2}{\sigma_{e_i}^2}$ | Ponto de Corte (C*) |
|------------|--|---|------------------------------------|--|---|---------------------|
| Triken     | 79,22  | 0,00175   | 0,000022                           | 0,00175  | 0,000022                                | 0,3458              |
| B. Mineira | 41,03  | 0,00316   | 0,000077                           | 0,00491  | 0,000099                                | 0,9556              |
| Klabin     | 37,82  | 0,00235   | 0,000062                           | 0,00726  | 0,000161                                | 1,3961              |
| Weg        | 28,46  | 0,00339   | 0,000119                           | 0,01065  | 0,00028                                 | 2,0022              |
| Americanas | 26,64  | 0,00105   | 0,000039                           | 0,01170  | 0,000319                                | 2,1836              |
| Comgás     | 17,69  | 0,00292   | 0,000165                           | 0,01462  | 0,000484                                | 2,6471              |
| Cesp       | 16,18  | 0,00772   | 0,000477                           | 0,02234  | 0,000961                                | 3,7233              |
| Petrobrás  | 6,59   | 0,01606   | 0,002437                           | 0,03840  | 0,003398                                | 4,5514              |
| Acesita    | 4,52   | 0,00377   | 0,000745                           | 0,04217  | 0,004143                                | 4,5926              |
| Unibanco   | 4,48   | 0,01103   | 0,002459                           | 0,05320  | 0,006602                                | 4,5700              |
| Banespa    | 4,32   | 0,00296   | 0,000685                           | 0,05616  | 0,007287                                | 4,5562              |
| Duratex    | 4,25   | 0,00366   | 0,000861                           | 0,05982  | 0,008148                                | 4,5363              |
| Cemig      | - 0,55   | - 0,00188   | 0,003387                           | 0,05794  | 0,011535                                | 3,4958              |
| Coteminas  | - 1,38   | - 0,00077   | 0,000556                           | 0,05717  | 0,012091                                | 3,3374              |

<sup>8</sup> A variância das taxas de retorno do Ibovespa ( $\sigma_M^2$ ) foi igual a 198,45.

Pautando-se pelos indicadores calculados no quadro anterior, é possível visualizar na Tabela 3, onde se devem ordenar, de forma decrescente, os índices de atratividade de cada ação individualmente para, posteriormente, calcular-se o ponto de corte ( $C^*$ ) que definirá quais ações permanecerão na carteira.

Ademais, podem-se utilizar as expressões (6) e (7), respectivamente, para definir o percentual dos recursos a serem alocados em cada uma das ações ( $\phi_i$ ), visando definir a carteira ótima. A Tabela 4 evidencia os cálculos dos  $Z_{i_s}$  e dos  $\phi_{i_s}$  da carteira otimizada.

Tabela 4 - Cálculos necessários para a composição da carteira ótima

| Empresas      | Cálculos dos $Z_{i_s}$                           | Cálculos dos $\alpha_{i_s}$ a serem aplicados       |
|---------------|--|---|
| Triken        | $Z_1 = 0,000022 * (79,22 - 0,3458) = 0,001735$ ; | $\alpha_1 = (0,001735/0,024573) * 100 = 7,061\%$    |
| B. Mineira    | $Z_2 = 0,000077 * (41,03 - 0,9556) = 0,003086$ ; | $\alpha_2 = (0,003086/0,024573) * 100 = 12,559\%$   |
| Klabin        | $Z_3 = 0,000062 * (37,82 - 1,3961) = 0,002258$ ; | $\alpha_3 = (0,002258/0,024573) * 100 = 9,189\%$    |
| Weg           | $Z_4 = 0,000119 * (28,46 - 2,0022) = 0,003148$ ; | $\alpha_4 = (0,003148/0,024573) * 100 = 12,811\%$   |
| L. Americanas | $Z_5 = 0,000039 * (26,64 - 2,1836) = 0,000954$ ; | $\alpha_5 = (0,000954/0,024573) * 100 = 3,882\%$    |
| Comgás        | $Z_6 = 0,000165 * (17,69 - 2,6471) = 0,002482$ ; | $\alpha_6 = (0,002482/0,024573) * 100 = 10,101\%$   |
| Cesp          | $Z_7 = 0,000477 * (16,18 - 3,7233) = 0,005942$ ; | $\alpha_7 = (0,005942/0,024573) * 100 = 24,181\%$ ; |
| Petrobrás     | $Z_8 = 0,002437 * (6,59 - 4,5514) = 0,004968$ .  | $\alpha_8 = (0,004968/0,024573) * 100 = 20,217\%$   |
| Total         | $\sum Z_i = 0,024573$                            | $\sum \alpha_i = 100\%$                             |

Graficamente, é possível visualizar os percentuais a serem alocados em cada uma das ações individualmente. Veja-se na Figura 4 que as ações da empresa Cesp conseguem alocar o maior percentual dentro do *portfolio* otimizado, ou seja, cerca de 24,181%, ao passo que as Lojas Americanas alocam apenas 3,882%.

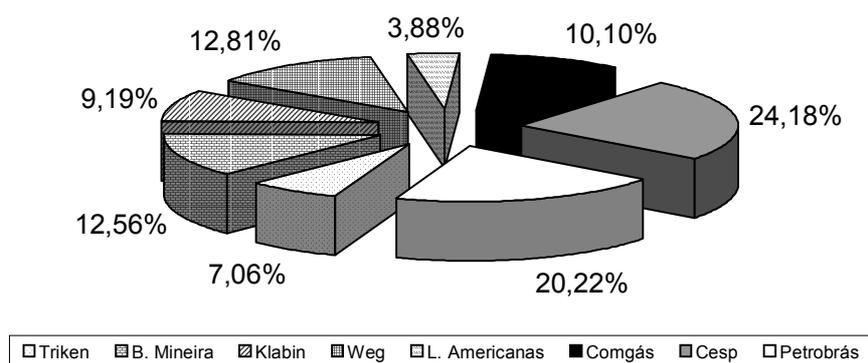


Figura 4 – Percentuais a serem alocados na carteira ótima

Calculados os percentuais dos recursos a serem investidos em cada ação que irão compor a carteira ótima, deve-se proceder aos cálculos necessários para a determinação do retorno esperado e risco dessa carteira. Logo, o retorno esperado da carteira ótima pode ser visto como:

$$\bar{R}_p = \phi_1 \bar{R}_1 + \phi_2 \bar{R}_2 + \phi_3 \bar{R}_3 + \dots + \phi_8 \bar{R}_8 \quad (9)$$

onde  $\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_8$  são as taxas médias de rentabilidade dos ativos que compõem a carteira. Já os parâmetros  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_8$  são os percentuais a serem aplicados na carteira. Pode-se, ainda, mensurar o beta da carteira ótima com o objetivo de analisar o nível de volatilidade no *portfolio*/carteira, que pode ser visto como segue:

$$\beta_p = \phi_1 * \beta_1 + \phi_2 * \beta_2 + \phi_3 * \beta_3 + \dots + \phi_8 * \beta_8 \quad (10)$$

onde  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_8$  são os coeficientes betas de cada ação individual. Já os parâmetros  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_8$  são os percentuais de recursos financeiros a serem aplicados na carteira, tal como segue:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 * \sigma_M^2 + \phi_1^2 * \sigma_1^2 + \phi_2^2 * \sigma_2^2 + \dots + \phi_8^2 * \sigma_8^2 \quad (11)$$

Veja-se que a primeira parcela de (11), ou seja,  $\beta_p^2 * \sigma_M^2$ , está associada à variabilidade do retorno da carteira com a relação à carteira de mercado, definido através do beta da carteira. Além disso, uma segunda parcela de (11) associa a variabilidade do retorno da carteira à variabilidade do risco residual de cada ação que compõe a carteira.

Logo, o retorno esperado para o período do investimento foi de  $\bar{R}_p = 7,354\%$ , ao passo que a carteira de mercado proporciona uma taxa média de rentabilidade de cerca de 3,88%. No que concerne ao beta da carteira, observou-se que é vista como um *portfolio defensivo*, apresentando um coeficiente beta igual a 0,3384. Já o risco do *portfolio* otimizado foi mensurado através de sua variância em torno de 72,16 unidades quadradas, ou 8,49%, ao passo que o mercado proporcionou um risco, em termos de desvio-padrão, em torno de 14,09% durante o mesmo período.

Analisando o desempenho das carteiras através do Índice de Sharpe (IS), percebe-se claramente que a carteira ótima, em termos de expectativas, consegue bater a carteira de mercado em termos de comparação. Assim, tem-se que:

$$\bullet \text{desempenho da carteira ótima: } IS_{co} = \frac{\bar{R}_p - R_F}{\sigma_p} = \frac{7,354 - 1,65}{72,160} = \frac{5,704}{72,160} = 0,08;$$

• desempenho da carteira de mercado:  $IS_{CM} = \frac{\bar{R}_p - R_F}{\sigma_p} = \frac{3,88 - 1,65}{198,45} = \frac{2,23}{198,45} = 0,01$ .

Finalmente, vê-se que a carteira otimizada através da técnica de Elton e Gruber bate a carteira do mercado em termos de índice de desempenho, já que o índice ( $IS_{CO}$ ) foi maior do que ( $IS_{CM}$ ). Ressalta-se ainda que qualquer combinação de ações e de percentuais aplicados diferentes daqueles da carteira ótima selecionada terá desempenho inferior ao da carteira ótima, o que mostra ser essa carteira a que teve melhor performance em termos de risco e de retorno dentro do conjunto das 14 ações avaliadas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como propósito realizar uma aplicação prática a partir de 14 ações preferenciais nominativas cotadas na Bolsa de Valores de São Paulo, pautando-se no modelo de precificação de ativos de capital (CAPM) e no modelo de otimização de carteiras desenvolvido por Elton e Gruber. Foram calculadas as taxas de retorno ajustado ao risco através do CAPM das ações avaliadas, identificando as ações que estavam subavaliadas e classificando-as se estavam num bom momento para serem compradas. Assim, nenhuma das ações selecionadas superou a taxa de mercado, que foi de cerca de 3,88% durante o período de análise.

Ademais, o modelo desenvolvido por Elton e Gruber mostrou-se eficaz na formulação do *portfolio* ótimo por ter conseguido reduzir o risco não sistemático do *portfolio* formulado. Observou-se que a carteira de mercado proporcionou um risco mensurado através da variância das taxas de retorno em torno de 198,45, ao passo que o risco do *portfolio* otimizado obteve um risco em torno de 72,16 unidades quadradas.

Nesse contexto, pode-se afirmar que os administradores de carteiras não encontrarão dificuldade em definir as proporções exatas a serem alocadas dos recursos financeiros. Não obstante, o modelo ora apresentado por Markowitz (1959) requer um elevado custo computacional para a sua resolução, em razão do grande número de variâncias e de covariâncias a serem resolvidas.

Percebe-se, ainda, a evidência de que, quanto maior for o coeficiente beta tomando-se por base o mesmo nível de risco diversificável, maior será o peso da ação na carteira. Tal evidência se encontra em perfeita conformidade com a teoria da dominância de ativo, a qual estabelece que, em um mesmo nível de risco, pode-se preferir a ação que apresente o maior retorno.

Ressalta-se que, na análise de *performance* das carteiras avaliadas através do índice de Sharpe, a carteira otimizada através das técnicas desenvolvidas por Elton e Gruber foi superior à carteira de mercado, sendo considerada uma carteira dominante. Antes de tudo, os modelos abordados neste trabalho são ferramentas úteis para o gerenciamento de carteiras de investimentos, pois tendem a auxiliar o investidor na sua tomada de decisão.

## BIBLIOGRAFIA

ALCÂNTARA, José C. G. O modelo de avaliação de ativos (capital asset pricing model) aplicações. *Revista de Administração de Empresas*, Rio de Janeiro 21 (1), p. 55-65, jan./mar. 1981.

BODIE, Zvi.; KANE, Alex.; MARCUS, Alan J. *Fundamentos de investimentos*. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

DAMODARAN, A. *Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para determinação do valor de qualquer ativo*. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1998.

EDWIN, J. Elton; GRUBER, Martin J. Optimal portfólio from simple ranking devices analysis. *The Journal of Portfolio Management*. New York, v. 4, n. 4, p. 15-19, 1978.

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risk investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*. v. 47, p. 13-37, 1965.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *Journal of Finance*. March, p. 77-91, 1952.

MELLAGI FILHO, Armando.; ISHIKAWA, Sérgio. *Mercado financeiro e de capitais*. São Paulo: Atlas, 2000.

MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, p. 768-783, Oct. 1966.

SANVICENTE, Antônio Zoratto.; MELLAGI FILHO, Armando. *Mercado de capitais e estratégias de investimentos*. São Paulo: Atlas, 1988.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, v. 19, p. 425-442. 1964.

TREYNOR, J. *Toward a theory of the market value of risky assets*. Texto não Publicado, 1961.

## SYNOPSIS

### FORMULATION AND MANAGEMENT OF LETTER OF CREDIT BASED ON CAPM AND ELTON AND GRUBER STANDARDS

*The objective this paper is to applicate the CAPM model for to detect under-assessed and super-assessed stocks in markets capital and as well to applicate Edwin Elton & Martin Gluber Model for selection of optimal portfólio. In this paper, 14 nominative preferential stocks were used in period among februrary of 1999 and December of 2000. The stocks selectioned were quoted monthly in the stock exchange of São Paulo. The return rates fitted by the risk were calculated through CAPM model. The CAPM model identified that neither of stocks selectioned overtook the average tax of month return of 3,88% paid by the market on the period analyzed. Already Elton & Gruder model was efficient in the composition of optimal portfolio with 08 stocks, and also it reduced the systematic risk of portfolio composed.*

*Key Words: optimization, CAPM and risk.*

## SINOPSIS

### FORMULACIÓN Y GERENCIAMIENTO DE CARTERAS EN BASE A LOS MODELOS CAPM Y DE ELTON Y GRUBER

*El objetivo de este papel es la aplicación que los CAPM planean para descubrir bajo-evaluado y excelente-evaluó de acciones en capital de los mercados al aplicación también al applicate Edwin Elton & Martin Gluber Model para la selección del portafolio óptimo. En este papel, se usaron 14 acciones preferenciales nominativas en periodo entre el febrero de 1999 y diciembre de 2000. Los seleccionados de las acciones se citaron en una publicación mensual en la bolsa de valores de São Paulo. Se calcularon las proporciones del retorno ajustadas por el riesgo a través de modelo de CAPM. El modelo de CAPM identificó que ningún de los seleccionado de las acciones, dio alcance al medio impuesto de retorno del mes de 3,88% pagado por el mercado en el periodo analizado. Ya Elton & modelo de Gruber era eficaz en la composición de la carpeta óptima con 08 acciones, y también redujo el riesgo sistemático de la carpeta compuesto.*

*Palabras de la llave: optimización, CAPM e riesgo.*